J. 14 1189

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **SESSION 2014**

CONCOURS de RECRUTEMENT
DES TECHNICIENS SUPERIEURS DE L'AVIATION/
TECHNICIENS SUPERIEURS DES ETUDES ET DE L'EXPLOITATION
DE L'AVIATION CIVILE

(T.S.A./ T.S.E.E.A.C)

MATHEMATIQUES

(EPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE)

Durée : 2 heures

Coefficients :
- **concours externe : 3**
- **concours interne : 2**

Cette épreuve comporte : 11 pages

- **1** page de garde (recto)
- **2** pages d'instructions pour remplir le QCM (recto-verso)
- **1** page de renseignement questions liées (recto)
- **7** pages de sujet numérotées de **1** à **7** (recto-verso)
  25 (vingt-cinq) questions

Calculatrice Interdite

ENAC
ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

Admissions et Vie des Campus Toulouse, le **3 AVRIL 2014**

N/Réf. : /ENAC/BC/LL
Affaire suivie par Mme. Laurette LUCARONI
Tél. : 05.62.17.40 74

De : Laurette LUCARONI	Tél : **05.62.17. 40 74**	Fax : **05.62.17.40 79**
A : TOUS **CHEFS DE CENTRE**	Tél :	Fax :

Nombre de pages (y compris celle-ci) : 1

CONCOURS TSA/TSEEAC EXTERNE ET INTERNE 2014

Objet : **ERRATUM**

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES COMMUNE :

PAGE 1,

Partie I

Il faut lire : En 2013, une forêt possède 10 000 arbres (et non 1000)

7, avenue Edouard Belin - BP 54005 - 31055 Toulouse Cedex 4
Tél. + 33 (0) 5 62 17 40 00 - Fax + 33 (0) 5 62 17 40 23
www.enac.fr

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve «Commune obligatoire de mathématiques» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

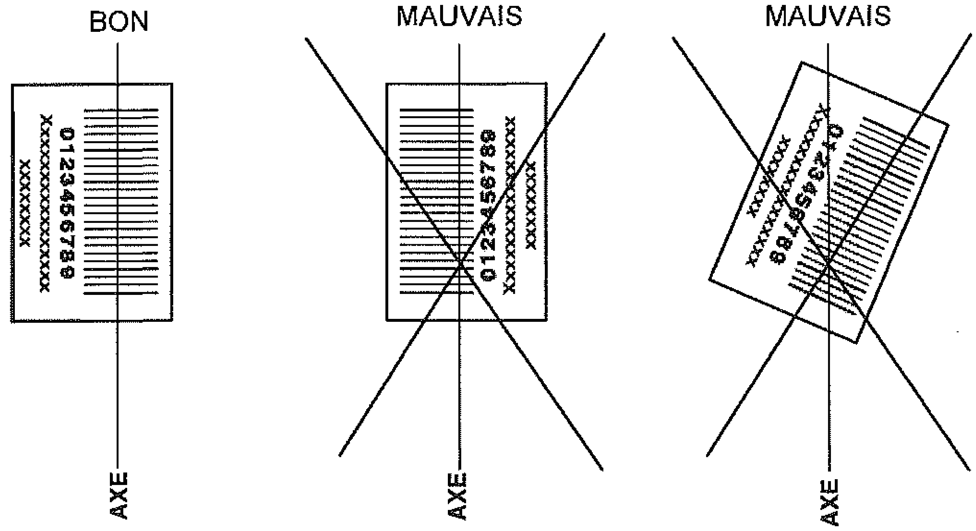
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE et **ATTENTION** vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

5) Cette épreuve comporte 25 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page de renseignement.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 25, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 26 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 25, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

▶ soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

▶ soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

▶ soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.

▶ soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

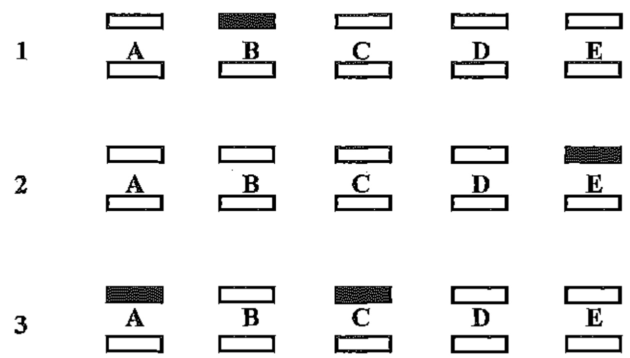
7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : les racines de l'équation $x^2 - 1 = 0$
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



QUESTIONS LIEES

1 à 7

8 à 11

12 à 14

15 à 25

Notations

Les lettres $\mathbb{R}$ et $\mathbb{N}$ désignent respectivement les ensembles des réels et des entiers naturels.

Partie I

En 2013, une forêt possède 1000 arbres. Dans le but d'entretenir cette forêt vieillissante, l'office chargé de l'entretien décide de supprimer chaque année 5% des arbres existants en les abattant, et de replanter chaque année 600 arbres. Soit u_n le nombre d'arbres l'année $2013+n$.

Question 1

On a :

A) $u_0 = 10000$

B) $u_0 = 10100$

C) $u_1 = 10195$

D) $u_1 = 1100$

Question 2

La suite u_n est définie par la relation de récurrence :

A) $u_{n+1} = 0,95 \cdot u_n - 600$

B) $u_{n+1} = 0,05 \cdot u_n - 600$

C) $u_{n+1} = 0,95 \cdot u_n + 600$

D) $u_{n+1} = 0,05 \cdot u_n + 600$

Question 3

Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 12000$. La suite v_n

A) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $v_0 = -2000$

B) est une suite géométrique de raison $q = 0,05$ et de premier terme $v_0 = 2000$

C) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $v_0 = 2000$

D) est une suite géométrique de raison $q = 0,05$ et de premier terme $v_0 = -2000$

Question 4

On en déduit :

A) $u_n = 2000 \times 0,95^n + 12000$

B) $u_n = -2000 \times 0,05^n + 12000$

C) $u_n = -2000 \times 0,95^n + 12000$

D) $u_n = 2000 \times 0,05^n + 12000$

Question 5

La suite u_n est :

A) croissante, majorée par 12000
B) décroissante, majorée par 12000
C) décroissante, minorée par 10000
D) croissante, minorée par 10000

Question 6

On en déduit :

A) $\lim_{n\to\infty} u_n = 10000$
B) $\lim_{n\to\infty} u_n = 9000$
C) $\lim_{n\to\infty} u_n = 12000$
D) $\lim_{n\to\infty} u_n = 11000$

Question 7

En 2020, la forêt comptera M arbres, avec :

A) $M = 2000 \times 0,95^7 + 12000$
B) $M = 2000 \times 0,95^8 + 12000$
C) $M = -2000 \times 0,05^7 + 12000$
D) $M = -2000 \times 0,05^8 + 12000$

Partie II

A la caisse d'un magasin, le temps d'attente exprimé en secondes d'un client pris au hasard est modélisé par une variable aléatoire T, laquelle suit une loi exponentielle de paramètre $\mu = 0,008$.

Question 8

La probabilité p_1 que l'attente en caisse d'un client dure moins d'une minute est :

A) $p_1 = 1 - e^{-0,008}$

B) $p_1 = 0,008 \cdot e^{-0,008}$

C) $p_1 = 1 - e^{-0,48}$

D) $p_1 = 0,48 \cdot e^{-0,48}$

Question 9

La probabilité p_2 que l'attente en caisse d'un client dure plus de 3 minutes est :

A) $p_2 = 1 - e^{-0,024}$

B) $p_2 = 0,024 \cdot e^{-0,024}$

C) $p_2 = 1 - e^{-1,44}$

D) $p_2 = e^{-1,44}$

Dans toute la suite, on utilisera 86,64 comme valeur approchée de $125 \cdot \ln(2)$.

Question 10

Le temps d'attente moyen T_0 en caisse est :

A) $T_0 = 125\,\text{min}$

B) $T_0 = 86\,\text{min}\,39\,\text{s}$

C) $T_0 = 2\,\text{min}\,05\,\text{s}$

D) $T_0 = 1\,\text{min}\,26,64\,\text{s}$

Question 11

Sachant que le temps médian T_1 correspond à $P(t > T_1) = 0,5$, on en déduit :

A) $T_1 = 125\,\text{min}$

B) $T_1 = 86\,\text{min}\,39\,\text{s}$

C) $T_1 = 2\,\text{min}\,05\,\text{s}$

D) $T_0 = 1\,\text{min}\,26,64\,\text{s}$

Partie III

On se propose de déterminer une solution particulière de l'équation différentielle $(E): y'+2y=x$, où y désigne une fonction de la variable x

Question 12

L'équation différentielle homogène $(E_0): y'+2y=0$ admet pour solution générale :

A) $y(x)=Ce^{2x}$, $C\in\mathbb{R}$

B) $y(x)=(2C-1)e^{-2x}$, $C\in\mathbb{R}$

C) $y(x)=(5C+3)e^{-2x}$, $C\in\mathbb{R}$

D) $y(x)=-2x+C$, $C\in\mathbb{R}$

Question 13

Une solution particulière de l'équation (E) est $u(x)$, avec

A) $u(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$

B) $u(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$

C) $u(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

D) $u(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

Question 14

En admettant que toute solution de (E) est de la forme $\varphi(x)=u(x)+y(x)$, avec $y(x)$ solution de (E_0), la solution φ_0 de (E) vérifiant $\varphi_0(0)=\frac{3}{4}$ est :

A) $\varphi_0(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}e^{-2x}$

B) $\varphi_0(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}+e^{-2x}$

C) $\varphi_0(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}e^{2x}$

D) $\varphi_0(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}+e^{2x}$

Partie IV

Question 15

Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}+e^{-2x}$, de courbe représentative (Γ).

A) La fonction f est définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+$

B) La fonction f est définie, continue et dérivable sur $\mathbb{R}_-$

C) La fonction f est définie, continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_-^*$

D) La fonction f est définie, continue et dérivable uniquement sur $\mathbb{R}_+^*$

Question 16

On a :

A) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

B) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

C) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^-$

D) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0^+$

Question 17

En admettant que $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{2x}=0$, on obtient

A) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^+$

B) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0^-$

C) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

D) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

Question 18

Le calcul de la dérivée de f nous donne

A) $f'(x)=-\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)e^{-2x}$

B) $f'(x)=-\frac{1}{2}-e^{-2x}$

C) $f'(x)=\frac{1}{2}-2e^{-2x}$

D) $f'(x)=\left(-x+\frac{1}{2}\right)e^{-2x}$

Tournez la page S.V.P.

Question 19

L'équation $f'(x)=0$ admet pour solution $\bar{x}$, avec

A) $\bar{x}=\frac{1}{2}$

B) $\bar{x}=\frac{\ln(2)}{2}$

C) $\bar{x}=\ln(2)$

D) $\bar{x}=-\frac{1}{2}$

Question 20

A) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty;0[$

B) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty;\ln(2)[$

C) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty;1[$

D) La fonction f est croissante sur l'intervalle $]0;+\infty[$

Question 21

La tangente à (Γ) en 0 est la droite (T) d'équation

A) $y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$

B) $y=-\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}$

C) $y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{4}$

D) $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$

Question 22

On considère la droite (D) d'équation $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$.

A) La courbe (Γ) est au dessous de (D)

B) La courbe (Γ) est au dessus de (D)

C) Il existe $x_0\in\mathbb{R}$ tel que si $x\in\,]-\infty;x_0[$, (Γ) est au dessous de (D) et au dessus sinon

D) Il existe $x_0\in\mathbb{R}$ tel que si $x\in\,]-\infty;x_0[$, (Γ) est au dessus de (D) et au dessous sinon

Question 23

Pour m un nombre réel strictement supérieur à $\ln(2)$, on note $A(m)$ l'aire de la partie de plan délimitée par la courbe (Γ), la droite (D) et les droites d'équation $x = \ln(2)$ et $x = m$. On a :

A) $A(m) = \int_{m}^{\ln(2)} \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} + e^{-2x}\right) dx$

B) $A(m) = \int_{\ln(2)}^{m} \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} + e^{-2x}\right) dx$

C) $A(m) = \int_{m}^{\ln(2)} e^{-2x}\, dx$

D) $A(m) = \int_{m}^{\ln(2)} \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right) dx$

Question 24

On en déduit que :

A) $A(m) = \frac{1}{4}\left[(\ln(2) + m - 1)(\ln(2) - m) + 2e^{-2m} - \frac{1}{2}\right]$

B) $A(m) = \frac{1}{4}\left[(m - 1 + \ln(2))(\mathrm{m} - \ln(2)) + \frac{1}{2} - 2e^{-2m}\right]$

C) $A(m) = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2} - 2e^{-2m}\right]$

D) $A(m) = \frac{1}{4}\left[(\ln(2) + m - 1)(\ln(2) - m)\right]$

Question 25

En faisant tendre m vers l'infini, on obtient :

A) $\lim\limits_{m \to +\infty} A(m) = +\infty$

B) $\lim\limits_{m \to +\infty} A(m) = -\infty$

C) $\lim\limits_{m \to +\infty} A(m) = 0$

D) $\lim\limits_{m \to +\infty} A(m) = \frac{1}{8}$